Limiti convergenti ꓯε>0∃δ>0| |f(x,y)<0 per 0<<δ Condizione necessaria per l’esistenza del limite y=m(x-x0)+y0 🡪=L ⇒ = Studio derivate parziali (caso n=2) (x,y)= (x,y)= non necessariamente fx=fy

Coordinate polari x=x0+ρcosθ y=y0+ρsinθ Teorema del differenziale se e f(x+h)=f(x)+( ∇f,h)+o(h)n differenziabilità (caso n=2) Direzione λ=(α,β) | modulo =1. Derivata direzionale Teorema di rappresentazione della derivata direzionale (x,y)= ∇f(x,y)\*λ = (fx,fy) \* (α,β)=fxα+fyβ Matrice hessiana Hf= Formula di Taylor con resto di Peano f(x,y)=f(0,0)+∇f(0,0)\*(x,y)+[Hf(0,0)\*(x,y)]\*(x,y)+o(x2+y2) Punti critici ∇f(x0,y0)=0

Massimi  Minimi Se detHf(x0,y0)<0 non è né massimo né minimo Derivazione della funzione composta F’(t)=(∇f(x(t),y(t))) \* (x’(t),y’(t)) Curva semplice ϕ(t1)≠ϕ(t2) ꓯt∈I, con almeno uno tra t1 e t2 punto interno Curva chiusa di estremi a e b φ(a)=φ(b) Curva regolare φ(t)∈C1∧ φ’(t)≠(0,0) ꓯt∈I Retta passante per punto di una curva regolare xk(t)=φk(t)+φk’(t)(t-t0) Vettore tangente alla curva φ in φ(t0) φ’(t0)= (φ1’(t0), φ2’(t0), …,φn’(t0)) Versore tangente T(t0)= Equazione cartesiana della retta tangente y=f(t0)+f’(t0)(t-t0)

Curve in coordinate polari ϕ(θ)=(ϕ(θ)cosθ,ϕ(θ)sinθ) **REGOLARE** ϕ’2(θ)+ϕ2(θ)>0 ꓯθ Lunghezza di una curva L(ϕ)= **in forma polare** L(ϕ)= Integrale curvilineo = sue proprietà: ;

f≤g⇒; ||≤ ; c∈[a,b] 🡪 =+ ossia

= e φ=φ1∪φ2 Forme differenziali(caso n=2) ω=a(x,y)dx+b(x,y)dy Baricentro x0k= Lavoro W = Forme differenziali esatte ω=df, ω=a(x,y)dx+b(x,y)dy È esatta se =

Forme differenziali esatte in coni aperti ω=a(x,y)dx+b(x,y)dy Grado α=a(tx,ty)=b(tx,ty)≠-1. *Primitiva* f(x,y)= Forme differenziali in aperti stellati f(x,y,z)= Forme differenziali nello spazio ===; ===; === Grado α=F1(tx,ty,tz) =F2(tx,ty,tz) =F3(tx,ty,tz)≠-1. *Primitiva* f(x,y)= Rotore *rot*F=(-; -; -) Integrali doppi Baricentro (x0,y0) x0= y0= Volume rotazione di 2π V(S)=π caso α(x)=0 e β(x)=f(x) V(S)=π Dominio regolare Vettore tangente T=(,) Versore normale N=(,) Teorema di Gauss-Green (x,y)dxdy= (x,y)dxdy= Teorema della divergenza dxdy= divF=+ Teorema di Stokes =dxdy

Integrale per parti Calcolo dell’area m(D)= m(D)= caso α=β=1 m(D)= Cambiamento di variabile = Trasformazione con coordinate polari (valido solo in ℝ2) x=ρcosθ y=ρsinθ determinante jacobiano =ρ Trasformazioni cilindriche (in ℝ3) determinante jacobiano = r Trasformazioni sferiche (in ℝ3) determinante jacobiano = r2sinρ Equazioni differenziali omogenee y’=g() Con la sostituzione z=, ossia y’ = z’x + z, si riconduce ad una equazione a variabili separabili x e z

Equazioni differenziali tramite forme differenziali y’=- forma differenziale chiusa ω=a(x,y)dx+b(x,y)dy. Primitiva F costante e F=. Fy=b(x,y)+g(y) F=c Equazioni di Clairaut x=g(y’) 1) derivare rispetto x. Porre x=g(t) e si ottiene in forma parametrica una condizione x(t) e y(t) da cui si ricava y(x)

Equazioni differenziali lineari del primo ordine yn+an-1(x)y(n-1)+…+a1(x)y’+a0(x)y=g(x)

() Equazioni differenziale di Bernoulli =a(x)y1-α+b(x) z(x)=[y(x)]1-α 🡪 z’=(1-α)a(x)z+(1-α)b(x) 🡪 integrale generale e-A0(x)[c+] con A primitiva di a 🡪 y= Equazioni differenziali in n=2 y’’+a1y’+a0y=0 risoluzione con λ2+a1λ+a0=0. TRE CASI ①λ2≠λ1 e numeri reali 🡪 integrale generale c1eλ1x+c2eλ2x② λ2=λ1 reali 🡪 (c1+c2x)eλx ③ λ2 e λ1 complessi 🡪 soluzioni complesse tra loro coniugate. λ1=α+iβ λ2=α-iβ. Soluzioni reali e l’integrale è eαx {c1cos(βx)+c2sin(βx)}. Soluzioni complesse e l’integrale è c1e(α+iβ) x+c2e(α-iβ) ossia y(x)=c1eλx[cos(βx)+isin(βx)]+c2eλx[cos(βx)-isin(βx)] Equazioni a coefficienti costanti non omogenee yn+an-1(x)y(n-1)+…+a1(x)y’+a0(x)y=g(x) CASISTICHE se g(x) è del tipo p1(x)cos(μx)+p2(x)sin(μx) v(x)= [q1(x)cos(μx)+q2(x)sin(μx)], se g(x) è del tipo eλx, la soluzione v(x) è del tipo gxmpk(x), con m la molteplicità di λ e k il grado, se g(x) è del tipo xα v(x) è un polinomio dello stesso ordine di g, se g(x) è del tipo pk(x)eλx v(x) è del tipo eλx(c1+c2x+…+cnxm-1)xm

TRIGONOMETRIA

sin(θ/2)= ± cos(θ/2)= ± sin2x+cos2x=1 tanx= cateto=ipotenusa\*cos(angolovicino)=ipotenusa\*sin(angolodila) cateto=Cateto\*cot(angolovicino)=Cateto\*tan(angolodila)

sin(a±b)=sin(a)cos(b)±sin(b)cos(a) cos(a±b)=cos(a)cos(b)∓sin(a)sin(b) sin(2a)=2sin(a)cos(a)

cos(2a)=cos2a-sin2a

LIMITI

=1 =0 = 1 =1 =e =+

=+ =1 =

DERIVATE FONDAMENTALI

xα=αx(α-1) ex=ex ln(x)=1/x sin(x)=cosx cos(x)=-sinx tan(x)=1/cos2x=1+tan2x cot(x)=-1/sin2x=-(1+cot2x)

INTEGRALI NOTEVOLI

=f(x)+c =ax+c =+c =ln|x|+c =-cosx+c =sinx+c ==tanx+ c =ex+c =+c =ln||+c =ln||+c =arctanx+c =ln||+c

=+c =ln|f(x)|+c =sin(f(x))+c =-cos(f(x))+c =+c